

ТФКП. Лектор: Бутенина

1. Комплексные числа. Сфера Римана. Стереографическая проекция.
 2. Последовательности и ряды комплексных чисел. Свойства последовательности: $\{zn\}, \{|zn|\}, \{\arg zn\}$
 3. Множества и кривые на комплексной плоскости. Гомотопные кривые.
 4. Функции комплексного переменного. Однозначность. Однолиственность. Предел и непрерывность функции. Равномерная непрерывность и непрерывность вплоть до границы.
 5. Функция $W=\arg z$.
 6. Производная. Условия Коши-Римана.
 7. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
 8. Гармонические функции.
 9. Понятие конформного отображения. Формулировка теоремы Римана.
 10. Линейная функция.
 11. Дробно-линейная функция. Конформность отображения на расширенной комплексной плоскости. Круговое свойство. Свойство сохранения симметрии. Условия, определяющие дробно-линейные отображения.
 12. Отображение полуплоскости на круг, круга на круг.
 13. Функции z в степени n и корень n степени из z .
 14. Функция Жуковского.
 15. Показательная функция.
 16. Логарифм комплексного числа. Свойства логарифмов
 17. Интеграл по кривой от функции комплексного переменного. Свойства интегралов.
 18. Интегральная теорема Коши. Обобщенная теорема Коши. Теорема Коши для многосвязной области.
 19. Интеграл с переменным верхним пределом в комплексной плоскости. Теорема о первообразной. Формула Ньютона-Лейбница.
 20. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.
 21. Интеграл типа Коши.
 22. Теорема о существовании производной любого порядка для функции, дифференцируемой в области.
 23. Теорема Мореры.
 24. Функциональные ряды. Теоремы о непрерывности суммы функционального ряда, о почленном интегрировании (формулировки).
 25. Теорема Вейерштрасса о почленном дифференцировании функционального ряда.
 26. Степенные ряды. Первая теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара (с доказательством).
 27. Действия со степенными рядами.
- //далее экзамен
28. Регулярные функции. Определение. Функции регулярные в бесконечности. Теорема единственности регулярных функ.
 29. Понятие и принцип аналитического продолжения.
 30. Основной критерий регулярности.
 31. Единственность разложения функ. в ряд Тэйлора. Неравенства Коши.
 32. Теорема Лиувилля. Док. основной теоремы высшей алгебры.
 33. Интегралы зависящие от параметра. Теоремы: о предельном переходе под знаком интеграла, об изменении порядка интегрирования, о регулярности интеграла, зависящего от параметра.
 34. Несобственные интегралы. Теорема о регулярности, несобственного интеграла, зав, от параметра.

35. Аналитические функ. Аналитическое продолжения по цепочке областей. Функции, аналитические на кривых. Понятие аналитической функ.
36. Теорема о монодромии. Следствия
37. Аналитическая функ $w = Lnz$
38. Понятие римановой поверхности. Риманова поверхность функ. $w = Lnz$ $w = \sqrt[n]{z}$
39. Особые точки аналитической функ.
40. Теорема об особых точках на окр. Круга сходимости степенного ряда.
41. Теоремы Принсгейма и Фабри (Формулировки) Пример степенного ряда, для которого все точки окр. Круга являются особыми.
42. Ряд Лорана. Область сход. ряда Лорана. Регулярность суммы ряда Лорана в обл. сходимости.
43. Теорема Лорана. Единственность разложения функ. в ряд Лорана. Неравенство Коши.
44. ИОТОХ. Определение, примеры. Ряд Лорана в окр. ИОТОХ.
45. Устранимая особая точка. Нули и А-точки. Кратность нуля.
46. Полус. Связь между нулями и полюсами. Порядок полюса. Ряд Лорана в окр. Полюса.
47. Существенно-особая точка. Ряд Лорана в окр. Существенно-особой точки. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса. Теорема Пикара (формулировка).
48. Неизолированные особые точки. Точки предельные для полюсов.
49. Целые функ. Мероморфные функ. Теорема о мероморфной функ. С конечным числом полюсов.
50. Применение теории вычетов к разложению мероморфной функ. на простейшие дроби. Разложение $\operatorname{ctg} z$ в ряд простейших дробей.
51. Определение вычета. Вычисление вычета через коэф. Ряд Лорана. Основная теорема о вычетах. Следствие. Обобщенная теорема о вычетах. Нахождение вычета в случае полюса.
52. применение теории вычетов к вычислению опр. Интегралов. Вычисление интегралов вида:
$$\int_0^{2p} R(\sin x, \cos x) dx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{P_n(x)}{Q_n(x)} dx (Q_m(x) \text{ не равно } 0)$$
53. Лемма Жордана. Вычисление интегралов вида:
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{ilx} dx, \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos bxdx, \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \sin bxdx$$
54. Интегралы с особенностями на контуре. Вычисление интеграла Дирихле.
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{s-1}}{1+x} dx$$
55. Вычисление интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{s-1}}{1+x} dx$
56. Теорема о логарифмическом вычете $(\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f'(z)}{f(z)} dz = N - P)$. Принцип аргумента.
57. Теорема Руше
58. Теорема об обр. функ.
59. Принцип сохр. Области
60. Принцип максимума модуля и минимума модуля рег. Функции
61. Принцип максимума (минимума) гармонической функ.
62. Локальный критерий однолиственности. Однолиственность функ. Регулярной в беск. Однолиственность функ. В полюсе.
63. принцип соответствия границ (критерий однолиственности функ. В области)
65. Преобразование Лапласа